

# ESCUELA MILITAR DE INGENIERÍA

## MISCELÁNEAS DE PROBLEMAS

### ÁLGEBRA I

*La matemática pura es aquella ciencia  
en la que uno no sabe de qué está hablando  
ni si lo que está diciendo es verdad.  
(Bertrand Russell)*

#### ANÁLISIS COMBINATORIO.

1. De la ciudad  $A$  a la ciudad  $B$  hay 4 caminos diferentes y de la ciudad  $B$  a la ciudad  $C$  hay 3 caminos diferentes. De cuántas maneras se podrá ir de  $A$  a  $C$ ?
2. Un gran salón tiene seis puertas. ¿De cuántas maneras es posible entrar por una puerta y salir por otra?
3. Un gran negocio de venta de neumáticos tiene ocho tamaños diferentes de cubiertas, cada uno de ellos con la variante de ir con o sin cámara, cada uno también con cuerdas de nylon o de rayón y con las caras laterales comunes negras o blancas. ¿Cuántos tipos diferentes de cubiertas encuentra uno en dicho negocio?
4. Una compañía recibe pedidos de compra por correo, ofrece 23 tipos de sandalias para damas. Si cada modelo está disponible en doce medidas de largo, tres de ancho y seis colores distintos, ¿cuántas clases distintas de sandalias deberá mantener en sus almacenes?
5. ¿Cuántos enteros entre 10.000 y 100.000 están formados sólo por los dígitos 6, 7, u 8? ¿Cuántos habrá que no tengan otros dígitos que 6, 7, 8 u 0?
6. Sin expandir el producto:

$$(a + b + c)(d + e + f)(p + q + r + s)(x + y + u + v + w)$$

conteste las siguientes preguntas: Cuántos términos habrá?, Cuáles de los siguientes serán términos en la expansión:  $adps, bds w, bfp u, bfx w$

7. Si cuatro universidades de La Paz desean contratar un empleado para cada una de las 3 áreas: biblioteca, mantenimiento y personal. Cuántas oportunidades de empleo hay disponible?
8. Hay 5 candidatos para presidente de un club, 4 para vicepresidente y 2 para secretario. De cuántas maneras se pueden ocupar estos tres puestos?
9. En una pared están clavadas 4 perchas. De cuántas maneras diferentes se pueden colgar de ellas 3 chaquetas, una en cada percha?

10. Cuatro viajeros llegan a una ciudad en que hay cinco hoteles. De cuántas maneras pueden ocupar sus cuartos, debiendo estar cada uno en un hotel diferente?
11. De cuántas maneras se pueden colocar 7 cuadros diferentes en una fila sabiendo que uno de ellos debe de estar:
  - a) en el centro
  - b) en uno de los extremos?
12. De cuántas maneras pueden ordenarse en un estante 6 libros diferentes de modo que:
  - a) dos de ellos estén siempre juntos.
  - b) dos de ellos no queden juntos?
13. De cuantas formas diferentes pueden ordenarse en un estante 4 textos diferentes de Álgebra, 3 de Cálculo y 2 de Física de modo que los textos de cada materia estén juntos?
14. De cuantas manera pueden ordenarse 10 hojas de examen si deben quedar de tal manera que la hoja contestada y la peor no queden juntas?
15. Un sábado, cuando iban de compras, Juana y Teresa vieron a dos hombres alejarse en un automóvil de la fachada de una joyería, justo antes de que sonara una alarma contra robos. Aunque todo ocurrió muy rápido, cuando fueron interrogadas las dos jóvenes, pudieron dar a la policía la siguiente información acerca de la placa (que constaba de cuatro dígitos y tres letras) del automóvil que huyó. Teresa estaba segura que el último dígito de la placa era un 3 o un 8 y que la segunda letra era una  $O$  o una  $Q$ . Juana dijo que definitivamente el primer dígito de la placa es un 7 y que la primera letra era una  $C$  o una  $G$ . ¿Cuántas placas diferentes tendrá que verificar la policía?
16. Un anuncio de hamburguesas indica que un cliente puede ordenar su hamburguesa con alguno, con ninguno de los siguientes ingredientes o con todos: catsup, mostaza, mayonesa, lechuga, tomate, cebolla, pepinillos, queso o champiñones. ¿Cuántas órdenes diferentes de hamburguesa se pueden servir?
17. Pamela tiene 15 libros distintos. ¿De cuántas formas puede colocar sus libros en dos repisas de modo que haya al menos un libro en cada una? (Tenga en cuenta que los libros, en cualquier disposición, están ordenados uno junto a otro, y el primer libro de cada repisa queda en el lado izquierdo de la misma)
18. Enumere todas las permutaciones de las letras  $a, c, t$ .
19.
  - a) ¿Cuántas permutaciones existen para las ocho letras  $a, c, f, g, i, t, w, x$ ?
  - b) ¿Cuántas de las permutaciones de la parte (a) comienza con la letra  $t$ ?
  - c) ¿Cuántas de las permutaciones de la parte (a) comienzan con la letra  $t$  y terminan con la letra  $c$ ?
20. ¿De cuántas formas es posible ordenar los símbolos  $a, b, c, d, e, e, e, e, e$  de modo que ninguna  $e$  quede junto a otra?

21. Hay libros diferentes en un estante; cuatro de ellos encuadernados en rojo y cinco en verde. ¿De cuántas maneras distintas es posible colocarlos en el estante si:
- no hay restricciones?
  - los libros rojos deben estar juntos y los libros verdes también deben estar juntos?
  - los libros rojos deben estar juntos y los libros verdes pueden o no estar juntos?
  - los colores deben alternar, es decir que no debe haber dos libros del mismo color que estén contiguos?
22. Un Ingeniero tiene siete libros de matemática diferentes en una estantería. Tres de los libros son de ALGEBRA, los otros de CALCULO. ¿De cuántas formas puede ordenar el Ingeniero estos libros:
- si no hay restricciones?
  - si los libros deben alternar?
  - si todos los libros de ALGEBRA deben estar juntos?
  - si todos los libros de ALGEBRA deben estar juntos y los libros de CALCULO también?
23. ¿De cuántas formas se pueden colocar las letras de la palabra POLYUNSATURATED de modo que se mantenga el orden en que aparecen las vocales?
24. *a)* ¿Cuántas disposiciones hay de todas las letras de la palabra MATEMATICAS?  
*b)* ¿En cuántas de las disposiciones de la parte (a) están juntas la *I* y la *S*?  
*c)* ¿En cuántas de las disposiciones de la parte (a) están juntas todas las vocales?
25. Si  $20!$  fuera calculado efectuando todas las multiplicaciones necesarias, ¿cuántos ceros consecutivos aparecerían en el extremo final (derecho) de este número?
26. si  $52!$  fuera calculado efectuando todas las multiplicaciones necesarias, ¿cuántos ceros consecutivos aparecerían en el extremo final (derecho) de ese número?
27. De las veintiséis letras del alfabeto (eliminando las consonantes dobles y la ñ). ¿Cuántos subconjuntos de tres letras hay si se requiere que no haya dos letras consecutivas del alfabeto en dichos subconjuntos?
28. Se hacen señales izando cinco banderines de colores en un mástil. ¿Cuántas señales distintas se podrán hacer si se cuenta con una cantidad suficientemente grande de banderines de siete colores distintos?
29. ¿Cuántos enteros positivos  $n$  se pueden formar con los dígitos 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7 si queremos que  $n$  sea mayor que 5,000,000?
30. Considere los números 2, 3, 5, 6, 7, 9.
- Cuántos números de tres dígitos distintos se pueden formar con los seis números dados?
  - Cuántos de estos números son impares?

- c) Cuántos son múltiplos de 5?
- d) Cuántos son menores que 400?
31. ¿Cuántos enteros entre 1000 y 9999 inclusive tienen distintos dígitos? ¿De ellos, cuántos son impares?
32. Usando los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 ¿Cuántos números con cuatro dígitos distintos pueden construirse? ¿Cuántos de ellos son impares?
33. Usando los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ¿cuántos números con cuatro dígitos distintos pueden construirse? ¿Cuántos de ellos serán números pares?
34. ¿Cuántos enteros distintos de cuatro dígitos se pueden formar con los números 1, 3, 3, 7, 7 y 8?
35. Hallar cuántos números comprendidos entre 2000 y 7000, con todos sus dígitos distintos, se pueden formar con los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8? ¿Cuántos de estos números son pares?
36. Con seis números 1, 2, 3, 4, 5, 6 ¿Cuántos números distintos de tres dígitos se pueden formar, para los cuales,
- a) Los tres dígitos sean distintos?
- b) Por lo menos dos dígitos sean idénticos?
37. a) ¿De cuántas formas se pueden sentar siete personas en torno a una mesa circular?
- b) Si dos de las personas insisten en sentarse juntas, ¿cuántas disposiciones son posibles?
38. De cuantas maneras pueden sentarse 2 Peruanos, 3 Argentinos y 4 Bolivianos alrededor de una mesa circular si:
- a) no hay restricciones.
- b) los de la misma nacionalidad estén juntos?
39. De una urna que contiene 4 bolas blancas, 2 negras y 3 rojas, se extraen 5 bolas al azar. De cuántas maneras se pueden obtener:
- a) 2 blancas, 1 negra y 2 rojas
- b) 3 blancas
- c) por lo menos 3 blancas
- d) a lo mucho 2 rojas?
40. De cuántas maneras se puede formar un comité de cuatro personas elegidas de un grupo de seis hombres y seis mujeres, si el comité debe contener más hombres que mujeres?
41. Una urna contiene 6 bolas blancas y 5 negras. Halle el número de formas posibles de seleccionar 4 bolas de la urna si:
- a) Son de cualquier color?

- b) Son dos blancas y dos negras?  
 c) Todos son del mismo color?
42. Una pastelería ofrece cinco tipos distintos de pasteles. Si se supone que hay al menos una docena de cada tipo al entrar en la pastelería, de cuántas formas se podrá seleccionar una docena de pasteles?
43. De cuantas formas es posible distribuir 10 monedas idénticas entre cinco niños si:
- a) no hay restricciones.  
 b) cada niño recibe al menos una moneda?  
 c) el niño mayor recibe al menos dos monedas?
44. Determine el número de soluciones enteras no negativas de  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 32$ , donde:
- a)  $x_i \geq 0, 1 \leq i \leq 4$   
 b)  $x_i > 0, 1 \leq i \leq 4$   
 c)  $x_1, x_2 \geq 5; x_3, x_4 \geq 7$
45. Una tienda de helados tiene disponibles 31 sabores de helado. ¿De cuántas formas se puede ordenar una docena de conos de helado si:
- a) no queremos el mismo sabor más de una vez?  
 b) un sabor puede ordenarse hasta 12 veces?  
 c) un sabor no puede ordenarse más de 11 veces?
46. De cuantas formas se pueden colocar 12 canicas del mismo tamaño en cinco recipientes distintos si:
- a) todas las canicas son negras?  
 b) cada canica es de distinto color?
47. ¿Cuántas colecciones diferentes de seis monedas(en dólares) pueden formarse, si cada moneda puede ser de 1 centavo, de 5 centavos, de 10 centavos, de 25 centavos, de 50 centavos o de un dólar?
48. Las fichas de póker vienen en tres colores, rojo, blanco y azul. ¿Cuántas combinaciones diferentes de diez fichas de póker hay?
49. Una juguetería tiene bolitas en cinco colores, todas uniformes en cuanto a tamaño se refiere. Se venden a diez centavos la docena. ¿Cuántas combinaciones de colores diferentes habrá disponibles por diez centavos?
50. Considere los enteros con siete dígitos, es decir, los enteros desde 1.000.000 hasta 9.999.999 inclusive. Sepárelos en subconjuntos como sigue: ponga números en el mismo conjunto si y sólo si sus dígitos, como colección, son los mismos. Por ejemplos, 8.122.333 y 3.213.283 están en el mismo subconjunto. ¿Cuántos subconjuntos hay?